INEXACT NEWTON METHOD FOR COMBUSTION PROBLEM SOLUTION

Mardiana Irawaty, Bambang Sudibya

Jurusan Teknik Informatika
Sekolah Tinggi Teknologi Adisutjipto, Yogyakarta
e-mail : Mi80006@yahoo.com

Abstract

Combustion problem is ones of the difficult nonlinear system of equations. The use of the inexact Newton with backtracking method and Krylov subspace inside to the problem has to consider the initial condition which is not too far from the solution. For each initial condition taken, some need many steps compared to other and some fail to converge. The use of Jacobian matrix result much more iteration and time than the finite difference for Jacobian Matrix approximation. Preconditioning the inner loop with free Jacobian matrix shows more efficient than the use of the preconditioning Jacobian matrix.

Key words: Inexact Newton, Jacobian, combustion, preconditioning.

1. Pendahuluan

Menyelesaikan system persamaam aljabar nonlinier adalah keperluan banyak orang yang tertarik atau bekerja di dalam banyak aplikasi seperti, aplikasi ekonomi, industry, Neorophysiology, Kinematics, Combustion dan ilmu dasar. Salah satu dari aplikasi yang dikenal dengan baik dan diperlukan di dalam pemodelan automatif atau keseimbangan masin-mesin adalah “Combustion Propane” [5]. Sistem persamaan nonlinier ini tergolong system yang tidak mudah diselesaikan. Dalam tulisan ini, system nonlinier aljabar ini akan diselesaikan dengan metode Newton yang banyak dikenal sebagai metode penyelesaian system nonlinier secara umum. Untuk menghindari penyelesaian yang berulang ulang, metode ini dikembangkan menjadi metode inexact Newton. Metode inexact Newton yang akan dijadikan sebagai metode dalam penyesaian persoalan “combustion Propane” ini dilengkapi dengan teknik “Back Tracking” di dalam inner loopnya untuk mempercepat pencarian penyelesaian. Selain itu, Back Tracking ditujukan untuk meningkat level efisiensi dan konvergenitas metode inexact Newton [8] dan [13].

Kekonvergenan metode inexact Newton yang dilengkapi dengan metode “back Tracking” juga masih bersifat local dan penyelesaiannya tergantung dari titik awal (initial condition) yang diberikan. Oleh karena itu, sebanyak minimal 30 initial condition telah diujicobakan dan hasil-hasilnya memperlihatkan bahwa metode inexact Newton dengan back tracking dapat menyesaikan persoalan combustion propane dengan baik. Algorithma ini juga sudah dipakai oleh banyak peneliti pada bidang aplikasi system nonlinier aljabar lainnya dan dilaporkan dalam [1], [3], [5], [6], [7], [8], dan [11].

2. Metode Newton

Asumsikan sistem persamaan nonlinier implisit ditulis sebagai:

(2.1) $$F(u) = 0 \quad (1)$$

dimana $F: R^n \rightarrow R^n$ dan dari deret Taylor serta pengabaikan suku-suku berderajat dua ke atas diperoleh persamaan berikut:

$$\boldsymbol{F(u_{k+1}) = F(u_k) + F'(u_k)(u_{k+1} - u_k)}$$

F harus kontinyu dan dapat dideferensialkan di dalam $\mathrm{R}^{\mathbf{n}}$. Jenis metode iterative seperti Newton memerlukan beberapa langkah di dalam menyelesaikan permasalahan system nonlinier, dan asumsikan pada langkah yang ke k, solusi dari dari F adalah:

$$\boldsymbol{F'(u_k)(u_{k+1} - u_k) = -F(u_k) \quad k = 0, 1}, \ldots \quad (2)$$

$$u_{k+1} = u_k + \delta_k \quad (3)$$

$$\boldsymbol{F'(u_k)\delta_k = -F(u_k)} \quad (4)$$

Dimana u^k adalah pendekatan penyelesaian terkini dan turunan $\boldsymbol{F' = \mathcal{J}}$ adalah matrik jacobian,

$$\boldsymbol{\mathcal{J}_{i,j} = \frac{\partial F_i(u)}{\partial u_j}} \quad (5)$$

Untuk sistem nonlinier 2 x 2 matrik jacobian $\boldsymbol{\mathcal{J}}$ dapat disefinisikan sebagai berikut:

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} \partial F_1/\partial u_1 & \partial F_1/\partial u_2 \\ \partial F_2/\partial u_1 & \partial F_2/\partial u_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Supaya lebih dekat pada solusi, Metode Newton (2.4) dimodifikasi menjadi inexact Newton dan dapat ditulis sebagai:

$$\boldsymbol{\|F(u_k) + F'(u_k)\delta_k\| \leq \eta_k \|F(u_k)\| \quad u_{k+1} = u_k + \delta_k} \quad (7)$$

dimana “forcing term” $\eta_k \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}\}$ digunakan untuk memperkuat derajat efisiensi dan konvergenitas metode ini

Forcing term $\boldsymbol{\eta_k}$ mempengaruhi nilai $\boldsymbol{\delta_k}$ yang kemudian mempengaruhi nilai dari solusi berikutnya $\boldsymbol{u_{k+1}}$. Metode Newton dikenal dengan metode penyelesai system persamaan nonlinier yang bersifat local dan initial condition, bahkan dengan strategi forching term sifat ini tidak dapat dihindari sepenuhnya. Oleh karena itu, memperbesar interval forching term yang digunakan pada metode inexact Newton merupakan strategi penggunaan implementasi back tracking dan hasil-hasil penerapannya sudah dilakukan dengan memodifikasi berbagai interval back tracking,oleh [1], [3], [5], [6], [7], [8], dan [11] dengan strategi back tracking:

$$\boldsymbol{F(u_{k+1}) = F(u_k) + F'(u_k)(u_{k+1} - u_k)}$$

Definisikan $\eta_k \in [0, 1)$ dan $0 < \theta_{min} < \theta_{max} < 1$

untuk k = 0, 1, 2, . . . sampai $\|F(u_k)\| \leq tol$

pilih kondisi awal $\eta_k \in [0, \eta_{max}]$, $t \in [0\ 1)$ and δ_k sedemikian hingga (1.7) dipenuhi dan sementara:

$$\|F(u_k) + \delta_k\| > [1 - t(1 - \eta_k)]\|F(u_k)\| \qquad t \in [\theta_{min}, \theta_{max}) \tag{8}$$

Dengan toleransi dapat dipilih dari salah satu yang berikut ini:

$$\frac{\|\boldsymbol{F(u^k)}\|}{\|\boldsymbol{F(u^0)}\|} < \boldsymbol{tol_{res}} \qquad \text{and/or} \qquad \left\|\frac{\boldsymbol{\delta u^k}}{\boldsymbol{u^k}}\right\| < \boldsymbol{tol_{res}}$$

Algorithma Newton:

Tentukan x_0, tol pada permulaan iterasi

untuk k = 0, 1, 2, . . . sampai $\|F(u_k)\| \leq tol$

selesaikan : $\boldsymbol{F'(u_k)\delta_k} = \boldsymbol{-F(u)_k}$) $untuk\ mendapatkan$ $\boldsymbol{\delta_k}$
perbaharui $\boldsymbol{u_{k+1}} = \boldsymbol{u_k} + \boldsymbol{\delta_k}$

Lakukan ini sampai batas toleransi dipenuhi.

Algorithma inexact Newton

Tentukan di awal x_0, tol
untuk k = 0, 1, 2, . . . sampai $\|F(u_k)\| \leq tol$
cari nilai dari $\eta_k \in [0\ 1)$ dan δ_k sedemikian hingga

$$\|\boldsymbol{F(u_k)} + \boldsymbol{F'(u_k)\delta_k}\| \leq \eta_k \|F(u_k)\|$$

Perbaharui nilai $\boldsymbol{u_{k+1}} = \boldsymbol{u_k} + \boldsymbol{\delta_k}$

Algorithm Inexact Newton with Backtracking (INB):

Tentukan di awal x_0, tol dan

Definisikan $\eta_{max} \in [0\ 1)$ dan $0 < \theta_{min} < \theta_{max} < 1$ diberikan
untuk k = 0, 1, 2, . . . sampai $\|F(u_k)\| \leq tol$
pilih kondisi awal $\eta_k \in [0, \eta_{max}]$, $\theta \in [0\ 1)$ dan δ_k sedemikian hingga

$$\|\boldsymbol{F(u_k)} + \boldsymbol{\delta_k}\| > [1 - t(\boldsymbol{1} - \eta_k)]\|F(u_k)\|$$

Sementara $\|\boldsymbol{F(u_k)} + \boldsymbol{F'(u_k)\delta_k}\| \leq \eta_k \|F(u_k)\|$
Pilihlah $\theta \in [\theta_{min}, \theta_{max}]$

Perbaharui $\boldsymbol{\delta_k} = \theta\, \boldsymbol{\delta_k}$ dan $\eta_k = 1 - \theta(1 - \eta_k)$
Perbaharui : $\boldsymbol{u_{k+1}} = \boldsymbol{u_k} + \boldsymbol{\delta_k}$

Theorema 1 (lihat [5]). Asumsikan bahwa F adalah kontiniu dan dapat dideferensialkan, maka $F(u_*) = 0$ dan $u_k \to u_*$. Lebih jauh, penentuan awal nilai -nilai $\boldsymbol{\delta_k}$ and η_k diterima tanpa modifikasi di dalam loop "while" untuk semua nilai k yang cukup besar.

Hal ini berarti algorithma INB berhenti dan tidak menghasilkan $\{u_k\}$, bila salah satu dari dua kondisi pertama berikut ini terjadi:

- $\|u_k\| \to \infty$ Or$\{u_k\}$ tidak memiliki limit point
- $\{u_k\}$ memiliki satu atau lebih limit points, dan $\boldsymbol{F'}$ namun limit point ini adalah titik singular .
- $\{u_k\}$ konvergen terhadap solusi u_* dimana F' dapat diinverskan (invertible).

Dalam prakteknya nilai value θ_{min} = 0.1 and $\theta_{max} = 0.5$ sementara $\eta_{max} = 0.9$,$\theta = 10^{-4}$.

Nilai-nilai ini diambil dari hasil obsevasi dari beberapa peneliti yang umumnya mereka bertujuan untuk mempercepat pembaharuan nilai $\boldsymbol{\delta_k}$ dengan mencari dan menentukan interval back tracking, memperkecil jumlah iterasi namun tetap menjaga berjalankan teknik iterasi yang digunakan.

3. Metode Subspace Krylov

Metode subspace Krylov adalah salah satu metode pendekatan dalam penyelesaian inner loop yang muncul sebagai konsekwensi penggunaan metode iterasi inexact Newton. Metode pendekatan penyelesaian system persamaan linear $\boldsymbol{Ax = b}$ yang juga dikenal dengan sebagai "***direct method***" kemudian "***iterative Method***" (Reid, Petrov-Galerkin) menerapkan subspace Krylov,$\boldsymbol{K}_j$

$$\boldsymbol{K}_j \quad = \quad span(r_0, Ar_0, A^2r_0, \cdots, A^{j-1}r_0),$$

Dimana, $r_0 = b - Ax_0$. Dalam penelitian kami metode yang dipilih digunakan untuk menyelesaikan $\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{u_k})\boldsymbol{\delta_k} = -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u_k})$, dimana $\boldsymbol{\delta_k}$ memperbaharui nilai-nilai $u_{k+1} = u_k + \delta_k$ dalam setiap langkah sehingga $\|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u^{k+1}})\|$ memenuhi tol (tolerance) yang diberikan sebelumnya**.** Beberapa algorithma subspace yang dapat memperkuat metode inexact Newton adalah Generated Minimal Residual (GMRES), CGS, TFQMR dan BCG (Knoll and McHugh), dimana metode ini lebih cepat konvergen dibandingkan algorithma BCG dan Bi-CGSTAB dalam penyelesaian berbagai masalah terkait masalah aerodynamic (Fueyo)

Metode Algorithm Krylov

Diberikan x_o , dan selesaikan $u_{k+1} = u_k + \boldsymbol{\delta}_k$

$\boldsymbol{\delta}_k \in K_k \equiv span\{r_o, \ldots, A^{k-1}r_o\}$, dimana $K_k\ adalah\ sub-space\ ke\ k$

Metode subspace Krylov di atas tidak memerlukan perkalian matrik dengan matrik, teta pi cukup dengan perkalian antara matrik dan vector, sehingga hal ini lebih menghemat banyaknya jumlah perhitungan yang diperlukan dalam teknik iterasi yang dipakai [1], [3], [5], [6], [7], [8], and [11].

Algorithm GMRES

Diberikan A, B,$\boldsymbol{u_0}$ tol :

Set $r_0 \equiv b - Au_0,\ \rho_o = ||r||_2$

jika $\rho_o \leq tol,$ terima $\boldsymbol{u}$ dan keluar;

kalau tidak update $r = \frac{r}{\rho_0}$ dan set $\rho = 1$

Loop : untuk $k = 1, \dots, m,$ kerjakan:

1. Evaluasi $v_k \equiv Av_{k-1}$, dimana $v_1 \equiv Ar$
2. Jika $k > 1$, maka untuk $i = 1, \dots, k-1,$ kerjakan:

a. Set,$\rho_{i,k} = v_i^T v_k$

b. Set $v_k = v_k - \rho_{i,k} v_i$

3. Set $\rho_{k,k} = ||v_k||_2$
4. Upgrade (perbaharui) $v_k = \frac{v_k}{\rho_{k,k}}$
5. Set $R_k = \begin{pmatrix} R_{k-1} & \begin{matrix}\rho_{i,k} \\ \vdots \\ \rho_{k,k}\end{matrix} \\ 0\dots0 & \end{pmatrix}$, dimana $R_1 \equiv \rho_{1,1}$
6. Set $\xi_k \equiv r^T v_k$
7. upgrade $r \equiv r - \xi_k v_k$

Asumsikan bahwa k adalah iterasi paling akhir, maka:

1. Evaluasi $R_k y = (\xi_1, \dots, \xi_k)^T$ for $y = (\eta_1, \dots, \eta_k)^T$
2. set $z = \begin{cases} \eta_1 r, \\ \eta_1 r + \sum_{i=1}^{k-1} (\eta_{i+1} + \eta_i \xi_1)\, v_i \end{cases}$ if k=1, if k$> \mathbf{1}$
3. upgrade $u = u + \rho_0 \boldsymbol{\delta}$
4. jika $\rho.\rho_0 \leq tol, terima\ u\ dan\ keluar; kalau\ tidak\ \ r = \frac{r - \xi_k v_k}{\rho}$ upgrade $\rho = \rho.\rho_0$

dan set $\rho = 1,$ dan kembali ke iteration. Cara lain untuk memperbaharui nilai r dan ρ pada langkat 4 di atas adalah mendefinisikan :

$$r = \frac{(b - Au)}{\|b - Au\|_2}$$

4. Preconditioning

Di dalam tulisan ini, penulis mempergunakan “preconditioning kanan” yang ditujukan untuk mengurangi jumlah iterasi GMRES dan menghindari penghitungan matrik Jacobi yang berulang-ulang (yaitu pada saat awal dari iterasi inner loop). Pemilihan preconditioning ini jika sesuai dengan persoalan yang diselesaikan maka jumlah iterasi dapat secara signifikan berkurang.

$$(\boldsymbol{\mathcal{J}M^{-1}})(\boldsymbol{M\delta u}) \quad = \quad -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u})$$

Dimana $\boldsymbol{M}$ dan $\boldsymbol{M^{-1}}$ adalah masing-masing preconditioner dan invers preconditioner. Dalam penyelesaian dengan menggunakan preconditioning kanan, ada beberapa langkah yang harus dilakukan. Pertama, menyelesaikan persamaan berikut ini:

$$(\boldsymbol{\mathcal{J}M^{-1}})w \quad = \quad -\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u}),$$

Kedua, menyelesaikan $\delta u = M^{-1}w$, oleh karenanya, δu dapat digunakan untuk memperbaharuhi $u_{k+1} = u_k + \delta_k$

Dengan melakukan operasi ini, yang diperlukan hanya operasi perkalian matrik dan vector w . di dalam metode “the additive Schwarz”, M^{-1} dapat dibentuk dari kombinasi linier dari matrik invers itu sendiri, sedemikian hingga:

$$\boldsymbol{\mathcal{J}M^{-1}v} \quad \approx \quad [\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{\epsilon M^{-1}v}) - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{u})]/\boldsymbol{\epsilon}$$

Operasi ini dilakukan setiap kali iterasi inner loop GMRES, dan dilakukan di dalam dua phase berikut:

1. Preconditioning: selesaikan $My \;=\; v$
2. Selesaikan perkalian $(\boldsymbol{\mathcal{J}y})$ sebagai pendekatan matrik jacobian “Finite difference”, sedemikian hinggga,

$$\boldsymbol{\mathcal{J}y} \quad \approx \quad [\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{\epsilon y}) - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{u})]/\boldsymbol{\epsilon}$$

Suatu study yang sudah dilakukan untuk mencari preconditioner yang efektif, bahwa perkalian antara berbagai preconditioner dengan matrik Jacobi menghasilkan spectrum matrik yang lebih baik. Spektrum marik yang lebih kondusif akan memperkuat kekonvergenan dari sistemnya, dan secara jelas menghindari gagalnya system menuju solusi yang diinginkan. Namun demikian, penggunaan preconditioner juga harus dipertimbangkan mengingat perkalian matrik dengan matrik akan bertambah dan dengan demikian jumlah operasi dasar akan bertambah juga. Beberapa preconditioner yang dapat digunakan, seperti, Incomplete Lower Upper Triangulation (**ILUT**) dan Incomplete Block Cholesky Factorization (IBCF) yang pada prinsipnya dapat digunakan sebagai preconditioner kiri dan kanan. Dalam penelitian ini, penulis hanya menggunakan preconditioner “addictive Schwarz”. Penyelesaian masalah combustion propane dibagi atas beberapa teknik evaluasi: 1. Matrik Jacobi diperoleh dengan pendekatan “finite difference” yang dilihat tanpa pengguna preconditioner dan dengan menggunakan preconditioner, kemudian penetapan matrik jocobi dengan mengevaluasi turunan dari system yang ditinjau dari penggunaan tanpa preconditioner dan dengan preconditoner. Penghitungan pendekatan matrik Jacobi dapat dilihat dari beberapa persamaan berikut ini:

$$F'(u_k)v \quad \approx \quad \frac{1}{\delta}[F(u_k + \delta v) - F(u_k)] \tag{9}$$

$$F'(u_k)v \quad \approx \quad \frac{1}{2\delta}[F(u_k + \delta v) - F(u_k - \delta v)] \tag{10}$$

$$F'(u_k)v \quad \approx \quad \frac{1}{6\delta}\left[8F\left(u_k + \frac{\delta}{2}v\right) - 8F\left(u_k - \frac{\delta}{2}v\right) - F(u_k + \delta v) + F(u_k - \delta v)\right] \tag{11}$$

5. Masalah Propane Combustion

Masalah “combustion Propane” muncul dalam [5] halaman 710 yang diselesakan dengan metode “A New Approach for Solving Nonlinear Equations Systems (May 2008) d an ditulis sebagai:

$$\mathbf{x_2 + 2x_6 + x_9 + 2x_{10} = 10^{-5}}$$
$$\mathbf{x_3 + x_8 = 3.10^{-5}}$$
$$\mathbf{x_1 + x_3 + 2x_5 + 2x_8 + x_9 + x_{10} = 5.10^{-5}}$$
$$\mathbf{x_4 + 2x_7 = 10^{-5}}$$

$\mathbf{0.5140437.\,10^{-7}x_5 = x_1^2}$

$$\mathbf{0.1006932.\ 10^{-6}x_6 = 2x_2^2}$$
$$\mathbf{0.7816278.\ 10^{-15}x_7 = x_4^2}$$
$$\mathbf{0.1496236.\ 10^{-6}x_8 = x_1x_3}$$
$$\mathbf{0.6194411.\ 10^{-7}x_9 = x_1x_2}$$
$$\mathbf{0.2089296.\ 10^{-14}x_{10} = x_1x_2^2}$$

Masalah ini diperoleh pada temperatur 3000^oC dan system persamaan sparse di atas merupakan masalah yang akan dicarikan solusinya dengan metode inexact Newton dengan back tracking dan penggunaan inner loop GMRES.

6. Results

Dari [15] dan [3], program yang menggunakan metode inexact Newton with backtracking dapat diringkas sebagai berikut:

options=nitset('func',@f_combustion, 'jacv', @jac_combustion, 'ijacv',1, 'irpre',1); tic;

xsol=nitsol($u_0 =\ \ initial\ condition$,options); toc; clear all;

options: setting fungsi f_combustion, dan alternative penggunaan matrik jacobian =1 dan 0 pendekatan matrik jacobian, "irpre" = 1 menggunakan preconditioner dan 0 tanpa penggunaan preconditioner.

Kami menjalankan lebih dari 500 initial condition dan untuk mengilustrasikan sifat local metode yang digunakan. Namun hanya mencatat 30 kasus yang memperlihatkan hasil-hasil dari bekerjanya metode ini.

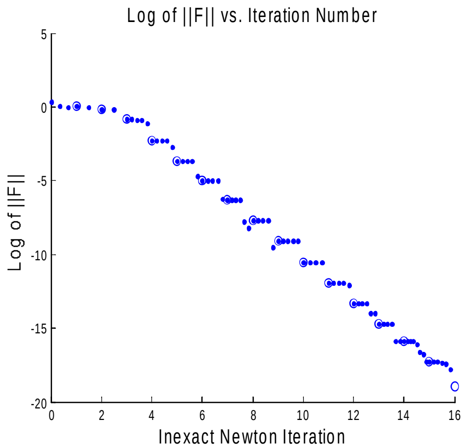
Nitsol: program utama yang melibatkan subprogram "nitset", F_combustion, jacv_combustion. Evaluasi waktu yang digunakan dengan "tic"and "toc", masing masing sebelum dan sesudah program utama dijalankan.

Hasil-hasil yang diperoleh memperlihatkan hampir semua kasus yang dibedakan berdasarkan initial condition dan pengamatan hasil dari 4 cara yang diterapkan di atas berkisar antara 0 samapai dengan 2 detik. Tetapi, beberapa initial condition yang digunakan gagal memperoleh solusi untuk batas toleransi e10-12 yang diterapkan pada semua initial condition, maximum iterasi 200 dan inner iterasi 20. Dari 30 kasus yang dicatat, ada 5 initial condition yang gagal memenuhi persayatan awal yang ditentukan dengan penggunaan pendekatan matrik jacobian oleh metode finite difference dan 10 kasus gagal bila menggunakan matrik Jacobi yang dievaluasi secara analitik (Tabel1). Hal ini memperlihatkan bahwa metode inexact Newton memiliki sifat local yang kuat dan sangat tergantung pada nilai awal:

$$X_0 = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}]$$

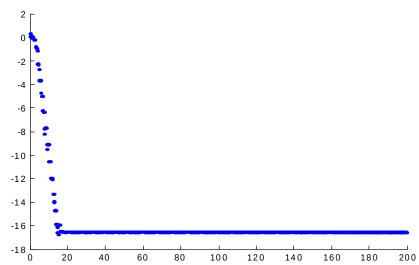
Beberapa ilustrasi grafik:

options=nitset('func',@f_combustion, 'jacv', @jac_combustion, 'ijacv',0, 'irpre',0); tic; versus options=nitset('func',@f_combustion, 'jacv', @jac_combustion, 'ijacv',1, 'irpre',0); tic; xsol=nitsol([0;0;0;0;0;0;0;0;1;0],options); sebagai mana diperlihatkan gambar berikut: : sisi kiri : menggunakan pendekatan jacobian: sisi kanan: penggunaan matrik jacobian

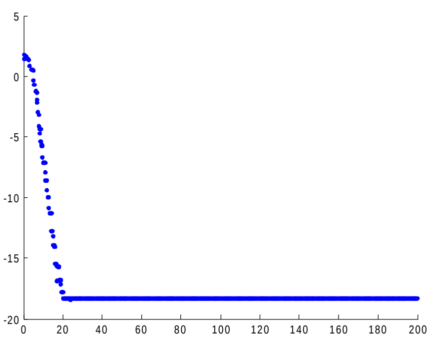


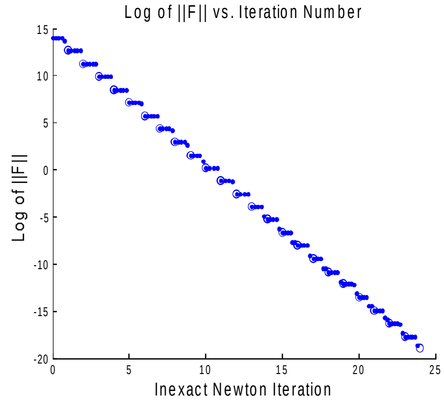
Elapsed time is 0.852911

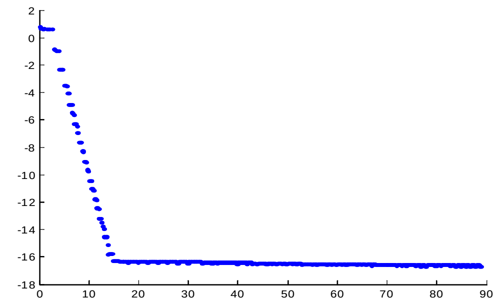
Iteration nonlinier yang gagal



xsol=nitsol([0;0;0;0;3;0;0;0;0;0]
iterasi nonlinier yang gagal



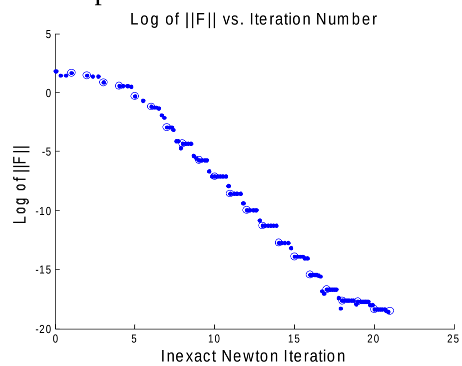


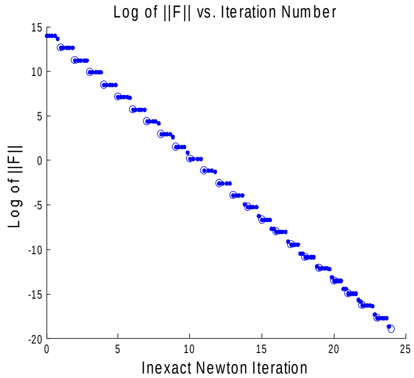


. Elapsed time is 1.063448 seconds

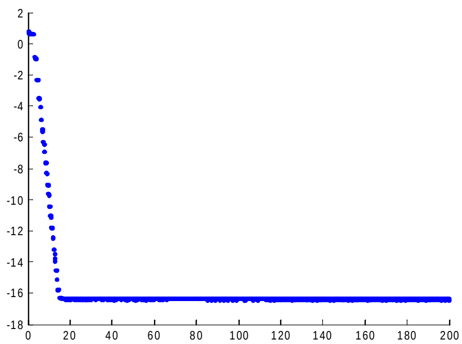
] iterasi nonlinier yang gagal

xsol=nitsol([0;0;0;0;3;0;0;0;0;0]
Elapsed time is 1.150212 seconds





Elapsed time is 1.018098 seconds



xsol =nitsol([0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;1]]
iterasi nonlinier yang gagal

Table 1. Numerical Results (nfe=jumlah evaluasi fungsi, njve: jumlah evaluasi matrik jacobian, nite: jumlah iterasi nli: jumlah iterasi linier, sec: jumlah waktu yang digunakan dalam penyelesai propane combustion

No	Init	Jacv = 0 Pendekatan Pendekatan Jacobian										Jacv= 1 Analytic (Jacobian Matrices)									
		Non preconditioning					preconditioning					Non preconditioning					preconditioning				
		nfe	njve	nite	nli	sec	nfe	njve	nite	nli	sec	nfe	njve	nite	nli	sec	nfe	njve	niter	nli	sec
1	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	12	8	3	8	1.18	12	8	3	4	0.99	4	8	3	8	0.79	4	8	3	8	0.79
2	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0]	96	8	8	8	0.41	96	8	8	8	0.41	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
3	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1]	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
4	[0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0]	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
5	[0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0]	63	45	15	45	0.65	63	45	15	45	0.81	18	45	16	45	0.85	18	45	60	45	0.82
6	[0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0]	110	89	17	89	0.84	110	89	18	89	0.91	21	89	18	89	0.85	21	89	18	89	0.92
7	[0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0]	93	75	16	75	0.67	93	75	16	75	0.93	18	75	16	75	0.92	18	75	16	75	0.92
8	[0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0]	117	98	19	95	0.76	117	98	19	98	1.02	21	98	19	98	1.02	21	98	19	98	1.05
9	[0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0]	2718	1447	200	1447	F	2718	1447	200	1447	F	25	111	21	111	0.69	25	111	21	111	0.89
10	[0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]	62	47	14	47	0.90	62	47	14	47	0.98	15	47	14	47	0.87	15	47	14	47	0.95
11	[0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]	8	5	2	5	0.79	8	5	2	5	0.79	3	5	2	5	0.74	3	5	2	5	0.81
12	[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	122	102	18	102	1.22	122	102	18	102	1.17	689	1357	200	1357	F	690	1357	200	1357	F
13	[0 20 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	96	80	15	80	1.09	96	80	15	80	1.09	16	80	15	80	0.94	16	80	15	80	0.96
14	[0 80 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	129	107	21	107	1.12	129	107	21	107	1.01	22	107	21	107	0.97	22	107	21	107	0.90
15	[0 200 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	137	114	22	114	0.85	137	114	22	114	0.92	23	114	22	114	1.22	23	114	22	114	1.07
16	[0 500 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	143	119	23	119	1.27	143	119	23	119	1.50	24	119	23	119	1.24	24	119	23	119	1.12
17	[0 700 0 0 0 0 0 0 0	143	118	24	118	0.9	143	118	24	118	1.2	25	118	24	118	1.0	25	118	24	118	1.13

	0]					7					1					7					
18	[0 800 0 0 0 0 0 0 0 0]	149	124	24	124	1.37	149	124	24	124	1.06	25	124	24	124	1.12	25	124	24	124	1.15
19	[0 900 0 0 0 0 0 0 0 0]	164	137	26	137	1.40	164	137	26	137	1.45	1248	1355	200	1355	F	1248	1355	200	1355	F
20	[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	92	77	14	77	0.99	30	141	14	141	1.18	30	141	18	141	1.02	30	141	22	141	1.30
21	[3 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	107	90	16	90	0.84	107	90	16	90	0.88	38	165	26	165	0.94	38	165	26	165	1.03
22	[18 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	199	167	28	167	1.14	199	167	28	167	1.20	52	319	44	319	1.25	52	319	44	319	1.30
23	[22 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	267	215	37	215	1.20	267	215	37	215	1.32	42	285	39	285	F	42	285	39	285	F
24	[26 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	317	257	43	257	1.30	317	257	43	257	1.12	53	313	43	313	F	53	313	3	313	F
25	[0 0 0 0 0 0 0 0 2 0]	2560	1444	200	1444	F	2560	1444	200	1444	F	1293	1445	200	1445	F	1293	1445	200	1445	F
26	[0 0 0 0 0 0 0 0 20 0]	288	231	38	231	1.73	288	231	38	231	1.43	30	153	26	153	1.37	30	153	26	153	1.59
27	[0 0 0 0 0 0 0 0 26 0]	146	117	25	117	1.48	146	117	25	117	1.46	32	152	27	152	1.42	32	152	27	152	1.50
28	[0 0 0 0 0 0 0 2 0 0]	125	97	18	97	F	125	97	18	97	F	24	92	17	92	F	31	99	18	99	F
29	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 2]	200	120	24	120	0.81	200	120	24	120	0.88	36	89	19	89	F	26	82	18	82	F
30	[0 0 0 500 0 0 0 0 0 0]	89	65	23	65	0.90	89	65	23	65	1.01	24	65	23	65	0.91	24	65	23	65	0.89
	Rata-rata	133.84	104.48	19.32	104.48	1.02	131.36	107.04	24.68	106.88	1.02	22.31	104.51	17.35	104.51	0.95	23.20	106.75	25.95	106.75	1.32

Kesimpulan

Berdasarkan ketentuan toleransi 1e-12, back tracking dan inner loop 20 dan jumlah maximum iterasi Newton (outor loop) 200, beberapa kesimpulan dapat ditulis sebagai berikut:

- Metode inexact Newton dengan teknik back tracking dan menggunakan Krylov subspace pada inner loopnya dapat menyelesaikan permasalahan “propane combustion” dalam waktu yang sangat singkat;
- Pendekatan matrik Jacobi dalam menyelesaikan system nonlinear “propane combustion” lebih baik dibandingkan dengan mengevaluasi matrik jacobian itu sendiri;
- Untuk masalah “propane combustion”, penggunaan preconditioner tidak secara signifikan lebih baik dibandingkan dengan hasil-hasil yang diperoleh dengan tidak menggunakannya. Karena jumlah iterasi yang diperlukan hampir semuanya sama;
- Metode inexact Newton dengan back tracking dan penggunaan Krylop GMRES masih sangat tergantung pada initial condition yang diberikan;
- Diperlukan preconditioner lain yang lebih tepat untuk dapat mengurangi kejadian gagal pada initial condition yang akan ditetapkan nantinya.

Daftar Pustaka

[1] A. Gal_Antai, ***the Theory of Newton's Method,*** Journal of Computational and Applied Mathematics 124 (2000), Hungary, Received 18 June 1999; Received In Revised Frorm 31 January 2000

[2] Ben *Wang, Mark Styczynski,* **Problem Set 3 Nonlinear Algebraic Systems, 10.34 Fall 2005, KJ Beers,** *September 28, 2005, Revised: October 7, 2005*

[3] Bijaya Padhy, ***NITSOL: A Newton Iterative Solver for Nonlinear Systems A FORTRAN- to-MATLAB Implementation***, A Masters Project Submitted to the Faculty of WORCESTER POLYTECHNIC INSTITUTE, May 2006, APPROVED: Professor Homer Walker and Professor Bogdan Vernescu, Department Head

[4] C. G. Broyden, ***A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations***, Source: Mathematics of Computation, Vol. 19, No. 92 (Oct., 1965), pp. 577-593 Published by: American Mathematical Society Stable URL: Accessed: 16/09/2009 07:52

[5] Crina Grosan and Ajith Abraham, ***A New Approach for Solving Nonlinear Equations*** IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A: SYSTEMS AND HUMANS, VOL. 38, NO. 3, MAY 2008, *Senior Member, IEEE*

[6] Crina Grosan and Ajith Abraham , ***A New Approach for Solving Nonlinear Equations Systems***, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans, Vol. 38, No. 3, May 2008

[7] Diederik R. Fokkema, Gerard L. G. Sleijpen, and Henk A. Van Der Vorst, ***Accelerated Newton Schemes for Large Systems of Nonlinear Equations***, Siam J. Sci.. 1998 Society for Industrial and Applied Mathematics Vol. 19, No. 2, Pp. 657–674, March 1998

[8] S. C. Eisenstat, H. F. Walker, ***Globally Convergent Inexact Newton Methods***, SIAM J. Optimization, 4 (1994), pp. 393-422

[9] Esmond G. Ng , ***Iterative Methods and Preconditioning Techniques,*** (EGNg@lbl.gov), Lawrence Berkeley National Laboratory

[10] C. T. Kelley, ***Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations***, North Carolina State University, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Journal, Philadelphia 1995

[11] D.A. Knoll a,*, D.E. Keyes b,1***, Jacobian-free Newton–Krylov methods:, a survey of approaches and applications,*** a Theoretical Division, Fluid Dynamics Group (T-3), Los Alamos National Laboratory, MS, B216, Los Alamos, NM 87545, USA, b Department of Applied Physics and Applied Mathematics, Columbia University, 500 W. 120th, Street, New York, NY 10027, USA, Received 17 October 2002; received in revised Form 15 August 2003; accepted 18 August 2003

[12] Martin H. Gutknecht, ***Trends in Iterative Methods and Preconditioning*** {a Brief Overview, AMS subject classi_cations: 65F10; 65N20, 65G05, 16th IMACS World Congress (c 2000 IMACS)

[13] Michael Pernicey and Homer F. Walkerz**, Nitsol: A Newton Iterative Solver For Nonlinear Systems**, Siam J. Sci. Comput. C 1998 Society For Industrial And Applied Mathematics, Vol. 19, No. 1, Pp. 302{318, January 1998

[14] Michele Benzi, ***Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey*** *Mathematics and Computer Science Department, Emory University, Atlanta, Georgia 30322* E-mail: benzi@mathcs.emory.edu Received April 17, 2002; revised July 23, 2002, Jurnal of Computational Physics **182,** 418–477 (2002) doi:10.1006/jcph.2002.7176

[15] M. Pernice, H. F. Walker, ***NITSOL: A Newton Iterative Solver for Nonlinear Systems,*** SIAM J. Sci. Comput., 19 (1998), pp. 302-318.

[16] Piętal dan Ludomir Laudański, ***An Introduction to Numerical Analysis, Solvers for Systems of Nonlinear Algebraic Equations***, Where are we TODAY?

[17] A. H. Sherman, ***Globally convergent inexact Newton methods***, SIAM J. Optim., 4 (1994), pp. 393–422.,